La prueba Chi Cuadrada (χ^2)

Por Tevni Grajales G.

Esta vez vamos a referirnos a variables que se han medido a nivel nominal. Es decir, que sus valores representan categorías o grupos en una variable. Puede ser el caso de cuántas personas están a favor o en contra de una decisión. En este caso tenemos dos categorías o grupos: los que van por el sí y los que van por el no. Puede tratarse de otra variable como nivel de satisfacción respecto al sabor de la comida. En este caso las personas contestan según tres categorías 1. Si satisfecho, 2. No satisfecho, y 3. Indeciso. Otras variable semejantes son el género o sexo de la persona, el partido político de preferencia, etc.

Una pregunta que puede surgir ante estas variables es, si las frecuencias o número de casos observados en cada categoría de la variable, a partir de una muestra, difieren de manera significativa respecto a una población esperada de respuestas o frecuencias.

Ejemplo:

Digamos que 900 estudiantes expresan su voluntad por celebrar el aniversario de la institución organizando uno de dos eventos: una acto solemne en el templo universitario o una actividad deportiva en el estadio de fútbol. Una vez hecha la encuesta se tiene que 495 alumnos prefieren la actividad deportiva y 405 se inclinan por el acto solemne. ¿Existe una diferencia significativa entre los estudiantes en su preferencia por la actividad deportiva?

La prueba estadística para determinar la significatividad de la diferencia en las frecuencias observadas es la prueba llamada Chi Cuadrada. Para el caso que nos ocupa, se supone que si no hay diferencia en la preferencia de los alumnos de una manera perfecta, tendríamos 450 alumnos eligiendo el acto solemne y otros 450 eligiendo las actividades deportivas. Esa es la frecuencia de respuestas esperadas en el caso de una igualdad absoluta. Pero tenemos frecuencias observadas un poco diferentes en un caso son 495 y en el otro 405, lo que deseamos saber es si esa diferencia observada es significativa. Lo que se hace al aplicar la fórmula de chi cuadrada es restar al número de frecuencias observadas, el número de frecuencias esperadas; elevar esta diferencia al cuadrado, lo que hace que todos los valores asuman un valor positivo, y luego se divide el cuadrado obtenido entre el las frecuencias esperadas. Esto se hace de manera independiente para cada una de las categorías. Una vez terminado este paso, se suman los resultados obtenidos en cada categoría y ese valor resultante de la suma es el valor Chi cuadrada observado, el cual deberá ser comparado con el valor Chi cuadrada crítico según el nivel alpha de significatividad escogido y los grados de libertad correspondientes.

En el caso de nuestro ejemplo se trata de dos categorías, lo que conduce a un grado de libertad. A continuación el proceso para calcular el valor Chi cuadrada

1. A favor del acto solemne:

Frecuencias observadas = 405

Frecuencias esperadas = 450

(Frecuencias observadas - frecuencias esperadas)^2 / frecuencias esperadas
(405 - 450) / 450 = (-45)^2 / 450 = 2025/450 = 4.5

2. A favor del acto deportivo:

Frecuencias observadas = 495

Frecuencias esperadas = 450

(Frecuencias observadas - frecuencias esperadas)^2 / frecuencias esperadas

(405 - 450) / 450 = $(45)^2$ / 450 = 2025/450 = 4.5

3. Se suman los valores obtenidos en cada grupo para obtener el valor de chi cuadrada.

4.5 + 4.5 = 9.00

4. Se compara este valor con el valor correspondiente a un grado de libertan en la tabla de Chi cuadrado y se encuentra que el valor crítico de χ^2para un grado de libertad a un nivel alpha = .05 a dos colas es = 3.8941

Siendo que el valor Chi cuadrada (χ^2) obtenido es mayor que el valor crítico, se desacredita la hipótesis nula que afirma que no existe diferencia significativa entre las frecuencias observadas y se concluye que la diferencia es significativa. Esto quiere decir que en menos de 5 casos de cada cien, una diferencia como la del valor igual o mayor al observado de Chi cuadrado en este caso (χ^2 =9), puede ser atribuida a la selección de la muestra (azar).

Ejemplo No. 2

Supongamos que en una escuela las estadísticas de años pasados muestran que, la comisión de admisión tiende a aceptar 4 alumnos por 1 que se rechaza. Y en el presente año una comisión constituida por un grupo diferentes de personas, aceptó 275 y rechazó 60. ¿Se puede decir que esta nueva comisión difiere de manera significativa con la razón de rechazo de la anterior comisión?

Corresponde en este caso calcular χ^2 para esta razón de rechazo comparada con la tradicional. De manera que tratándose de 330 casos en total, si la comisión anterior hubiera actuado se esperaría que aceptaran 264 alumnos y rechazaran 66. Así pues tomamos estos números (razón 4:1) como las frecuencias esperadas en cada caso.

	Aceptado	Rechazados	Total
Frecuencia observada (f_o)	275	55	330
Frecuencia esperada (f_e)	264	66	330
($f_e - f_o$) =	11	-11	
($f_e - f_o$ $)^2$ =	121	121	
($f_e - f_o$ $)^2$/ f_e =	121/ 264	121/66	
($f_e - f_o$ $)^2$/ f_e =	0.4589	1.83	

$$\chi^2 = 0.4589 + 1.83 = 2.29$$

Al comparar el valor χ^2 obtenido con el valor crítico de un grado de libertad y .05 de significatividad a dos colas vemos que el valor crítico (3.841) es mayor que el observado por lo que no se puede desacreditar la hipótesis nula y se concluye que la nueva comisión no muestra una política diferente a la de la comisión anterior.

Prueba χ^2 para determinar la independencia de variables.

En los ejemplos anteriores nos hemos limitado a tomar decisiones respecto a categorías en una variable a partir de un solo grupo. Pero esta prueba puede ser utilizada para probar la significatividad de la diferencia entre dos o más grupos respecto una o varias variables cuando el grupo o grupos están clasificados por categorías. Eso es lo que se denomina prueba de independencia. Nótese que se puede utilizar para determinar independencia entre los grupos o entre las variables.

A manera de ejemplo se presenta a continuación datos obtenidos en una investigación realizada por Silvana Poblete de Araya entre estudiantes universitarios, quienes evaluaron el desempeño de alguno de sus maestros. Se trata de un total de 780 estudiantes y para servir como nuestro ejemplo, se busca determinar si el sexo del estudiante y el sexo del maestro al cual le tocó evaluar, son dependientes. Se puede calcular, a partir de los valores en las columnas y filas, que participaron un total de 328 varones y 452 mujeres los cuales evaluaron a 544 profesores y a 236 profesoras.

Sexo del alumno			
		Masculino	Femenino
Sexo del maestro	Masculino	269 228.8	275 315.2
	Femenino	59 99.2	117 136.8

Las cifras que aparecen el cada recuadro representa, la superior, el número de frecuencias observadas (f_o) y la que aparece abajo es el número de frecuencias esperadas (f_e). Si procedemos a determinar la diferencia entre las frecuencias observadas y las esperadas y luego las elevamos al cuadrado y dividimos el resultado entre las frecuencias esperadas en cada recuadro estaremos listos para sumar estos valores resultantes y computar la chi cuadrada que en este caso es 40.37. En lo que respecta a los grados de libertad, estos se calculan restando 1 al número de filas y de columnas y multiplicando el resultado entre sí.

GL = (columnas - 1) (filas - 1) = (2 - 1) (2 - 1) = (1) (1) = 1

Al buscar el valor χ^2 para 1 grado de libertad y .05 de significatividad a dos colas, encontramos el valor 3.841 que es menor que 40.37 por lo que se desacredita la hipótesis nula que afirma que el género del alumno y el género del maestro evaluado son independientes, conduciendo a la conclusión de que en este estudio, el género del estudiante que hizo la evaluación y el género del maestro evaluado, son variables dependientes (es decir que tiene cierto grado de asociación). Siendo que un valor χ^2 como el obtenido o mayor sólo puede ser atribuido a factores aleatorios en 5 o menos de cada 100 casos.

Nótese que en este caso estamos probando una especie de relación entre la variable género del estudiante y género del maestro evaluado, pero no utilizamos la terminología de las correlación. En ese caso en lugar de decir que las variables están relacionadas, decimos que son dependientes. Esto se explica dado el "bajo" nivel de medición de las variables (nominal). También el investigador debe cuidarse de no confundir este concepto de dependencia con la terminología propia de estudios de causalidad donde hablamos de variables dependientes e independientes.

Montemorelos, 10 de Octubre de 1999